NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 100, mayo de 2019, páginas 139-142

Razonabilidad numérica

Alicia Bruno y Macarena Fariña
(Universidad de La Laguna. España)

1. Introducción

La *razonabilidad* se refiere a la cualidad de lo *razonable*, aquello que es adecuado o conforme a la *razón*. En la educación matemática, el término *razonabilidad* se pone en funcionamiento al evaluar si la solución a un problema es correcta desde un punto de vista matemático y si es adecuada al contexto de referencia. Como es bien conocido, Polya (1945) estableció un modelo para la resolución de problemas, dividido en cuatro fases: a) comprensión del problema, b) elaboración de un plan, c) ejecución del plan y d) examinar la solución obtenida. En el último paso, son valiosas las habilidades matemáticas que permiten valorar lo *razonable* de la respuesta.

El *sentido numérico* se define como una red conceptual bien organizada que permite relacionar los números y las operaciones, sus propiedades y resolver los problemas de una forma *creativa* y *flexible* (Greeno, 1991, Sowder, 1992). Diferentes autores han intentado caracterizarlo a través de componentes o constructos. Entre ellos, el *reconocimiento de respuestas razonables* se destaca como una de las más importantes (NCTM, 1989; McIntosch, Reys y Reys, 1992).

La intuición y percepción que se tenga sobre las relaciones numéricas ayuda a los estudiantes a hacer juicios sobre lo razonable de un resultado y a proponer soluciones adecuadas, bien sea con cálculos exactos o aproximados. Alajmi y Reys (2007, 2010) indican que hay dos criterios principales para juzgar lo razonable de una respuesta numérica:

- Las relaciones entre los números y las operaciones.
- La adecuación al contexto.

El primer criterio hace referencia a considerar la magnitud de los números, saberlos relacionar y reconocer el efecto que tienen las operaciones. El segundo criterio analiza la conexión entre la respuesta y el contexto del problema.

Un primer paso, para que los alumnos evalúen las respuestas, comienza porque el profesorado valore esa acción, propiciando un ambiente de comunicación matemática. Grayer (2009) afirma que "antes de que los estudiantes puedan convertirse en solucionadores de problemas eficientes, deben ser capaces de razonar, preguntar cuál es el problema, cómo pueden acercarse a su solución, y qué tipo de resultado se considerará aceptable". Para que alcancen estas habilidades es necesario que el docente incluya en su clase el hábito de preguntar constantemente "*¿por qué?*".En el caso numérico, se puede utilizar vocabulario que exprese exactitud o aproximación: "*está cerca*", *"está en un rango aproximado", "parece correcto" o "está suficientemente cerca"*, "*no tiene sentido en este contexto porque*",... (McIntosch, Reys y Reys, 1997).

Además de tener la disposición para comunicar y verbalizar las ideas matemáticas (de manera oral o escrita), también es necesario desarrollar estrategias adecuadas, pues las habilidades en el cálculo escrito no necesariamente se transfieren a otras formas de resolución no algorítmicas (Yang y Huang, 2004). A pesar de la importancia que tiene en la actividad matemática general, diversas investigaciones muestran que el alumnado de Educación Primaria y Secundaria tiene poca inclinación a evaluar la *razonabilidad* en sus respuestas. Alajmi y Reys (2010) estudiaron cómo alumnado de secundaria de Taiwán reconoce e interpreta respuestas razonables, y concluyeron que la mayoría lo hace utilizando reglas algorítmicas y no manifiestan otro tipo de habilidades que les permita emitir un juicio. Yang y Sianturi (2019) observaron en una muestra de estudiantes de sexto grado de Hong Kong que sus resultados eran muy bajos cuando se les pedía juzgar respuestas numéricas. Y esto lo atribuyeron a errores matemáticos o a un exceso de confianza en sus respuestas.

En la Educación Secundaria el uso de la estimación y de las representaciones gráficas de los números son herramientas importantes (NCTM, 2000; McIntosch et al., 1997; Anghileri, 2007) al evaluar las respuestas. En una experiencia de aula realizada por las autoras de este trabajo, durante tres meses, en una sesión semanal, se fomentó en el alumnado 2º de Educación Secundaria Obligatoria de España (13-14 años) que evaluaran sus respuestas a tareas numéricas. Para ello, se trataron en clase las dos estrategias citadas: utilizar la estimación numérica y emplear representaciones gráficas de los números. A continuación, se muestran las respuestas de cuatro estudiantes a una tarea numérica (Tablas 1 y 2) al finalizar la experiencia, en la que se les pedía valorar el resultado de una suma de fracciones. Los alumnos 1 y 2 eligieron la opción correcta utilizando argumentos válidos, uno de forma gráfica (Alumno 1) y el otro con una estimación numérica (Alumno 2). El Alumno 3 eligió la opción correcta, después de realizar un procedimiento erróneo del cálculo de la suma de fracciones, llegando a un resultado que no le permitiría elegir ninguna de las opciones. Por último, el Alumno 4 eligió la opción c), siguiendo un argumento incorrecto.

Tarea

En clase, algunos estudiantes están corrigiendo su tarea. Redondea el nombre de la persona que te parece tener la respuesta correcta. Luego, explica por qué piensas que esa respuesta es correcta

$$\frac{7}{15} + \frac{5}{12} = ?$$

a) María dice que su respuesta es aproximadamente $\frac{1}{2}$
b) Pablo dice que su respuesta es cercana a 1.
c) Juan dice que su respuesta es aproximadamente $\frac{3}{2}$

Tabla 1. Tarea numérica propuesta a alumnado de 2º de ESO

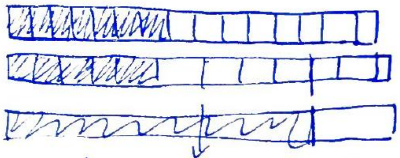
Como se observa en las respuestas anteriores, cuando se pide a los alumnos dar explicaciones y juzgar una respuesta numérica, éstas pueden ser más o menos rigurosas desde lo matemático, pero desde luego, siempre serán útiles para evaluar su conocimiento numérico y "sacar a la luz" errores y falsas creencias, de modo que podamos tener la posibilidad de ayudarles a superarlos.

En un estudio realizado por Alajmi y Reys (2007) en Taiwán con profesores de matemáticas, observaron que estos tenían escaso interés por desarrollar estrategias de estimación y razonabilidad en el aula de matemáticas, argumentando que aunque son estrategias útiles en la vida cotidiana, no lo son tanto en el aula. De hecho, algunos profesores del citado estudio manifestaron que una respuesta es razonable cuando se realizan las operaciones adecuadas, aunque se cometa un error de cálculo y produzca una respuesta bastante alejada de la correcta.

Fomentar la razonabilidad numérica en el alumnado no suele aparecer explícito en los libros de texto o materiales curriculares. Como profesores queda en nuestras manos que esa intención didáctica se materialice.

Tabla 2. Respuesta de a alumnado de 2º de ESO a la tarea de la Tabla 1

Alumno 1. Señala como respuesta el apartado b) y lo justifica como sigue.



no es $\frac{1}{2}$ porque es más de la mitad y no $\frac{3}{2}$ porque no rellena más de lo que hay

Alumno 2. Señala como respuesta el apartado b) y lo justifica como sigue.

Porque la mitad de 15 es 7'5, cerca del 7. y la mitad del 12 es 6, cerca del 5, por lo tanto si sumamos 2 mitades aproximadas, da algo cercano a 1.

Alumno 3. Señala como respuesta el apartado b) y lo justifica como sigue.

Porque tendrías que hayar el m c m de 15 y 12 y realizar la operación.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \end{array}$$

$2^2 \cdot 3 = 12$

$15 \cdot 12 =$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 12 \\ \hline 30 \\ +\ 15\ \ \\ \hline 180 \end{array} \qquad \frac{12}{180}$$

Alumno 4. Señala como respuesta el apartado c) y lo justifica como sigue.

Porque al tener denominadores bastante grandes, pues creo que el resultado sería mayor que $\frac{1}{2}$ o 1

Agradecimiento: Este trabajo ha sido financiado por el Proyecto de Investigación "Resolución de problemas y competencia matemática en la educación primaria y secundaria y en la formación de profesores". EDU2017-84276-R

Bibliografía

Alajmi, A.; Reys, R. (2007).Reasonable and reasonableness of answers: Kuwaiti middle school teachers' perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 77-94.

Alajmi, A.; Reys, R. (2010).Examining eighth grade Kuwaiti students' recognition and interpretation of reasonable answers.*International Journal of Science and Mathematics Education*, 8, 117-139.

Anghileri, J. (2007). *Developing Number Sense: progression in the middles years*.London: Continuum.

Grayer, M. (2009).Reasonable or not?A Study of the Use of Teacher Questioning to Promote Reasonable Mathematical Answers from Sixth Grade Students.*Action Research Projects*, paper 70, University of Nebraska.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. Journal for Re- search in Mathematics Education, 22(3), pp. 170-218.

McIntosch, A.; Reys, B, J.;Reys, R. E.(1992). A proposed framework for examining basic number sense.*For the learning of Mathematics, 12(3)*, 2-8.

McIntosch, A.; Reys, B.; Reys, R. (1997).*Number Sense: Simple Effective Number Sense Experiences, Grades 6-8.* New Jersey: Dale Seymour Publications.

NCTM (1989).*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.*Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM (2000).*Principles and Standars for School Mathematics.*Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton (NJ), USA: Princeton University Press.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense.EnGrouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 245-275. MacMillan Publishing Company. New York.

Yang, D.C.; Huang, F.Y. (2004).Relations among computational performance, pictorial representation, symbolic representation and number sense of sixth-grade student in Taiwan.*EducationalStudies*, 30(4), 373-389.

Yang, D.C; Sianturi, I.A.J. (2019).Sixth grade students'performance, misconceptions, and confidence when judging the reasonableness of computational results.*International Journal of Science and Mathematics Education* (to appear).

Alicia Bruno Castañeda. Universidad de La Laguna. Tenerife. España. Es profesora Titular de Universidad el área de la Didáctica de la Matemática. Su investigación se ha centrado en la enseñanza-aprendizaje de los números con alumnado de Primaria, Secundaria, futuros profesores de Matemáticas, así como con estudiantes con dificultades especiales de aprendizaje.
Email: abruno@ull.edu.es

Macarena Fariña Castañeda. Es licenciada en Matemáticas, con Máster en Formación del profesorado de Secundaria en la especialidad de Matemáticas. Actualmente realiza su Tesis Doctoral en Didáctica dela Matemática y es profesora del Colegio La Milagrosa (La Orotava). Tenerife.
Email: macarena.farcast@gmail.com